

**NOVÁ INFINITNÍ MATEMATIKA**

KAROLINUM



**II.  
Nová teorie  
množin  
a polomnožin**

**PETR VOPĚNKA**

**Nová infinitní matematika**  
**II. Nová teorie množin a polomnožin**

**Petr Vopěnka**

---

Vydala Univerzita Karlova v Praze  
Nakladatelství Karolinum  
[www.cupress.cuni.cz](http://www.cupress.cuni.cz)  
Redakce Lenka Ščerbaničová  
Obálka Jan Šerých  
Sazba Šárka Voráčková  
Vydání první

© Univerzita Karlova v Praze, 2015  
© Petr Vopěnka – dědicové, 2015

ISBN 978-80-246-2986-5  
ISBN 978-80-246-3228-6 (online : pdf)



Univerzita Karlova v Praze  
Nakladatelství Karolinum 2016

[www.karolinum.cz](http://www.karolinum.cz)  
[ebooks@karolinum.cz](mailto:ebooks@karolinum.cz)



# Obsah

Úvod . . . . .	9
1. Základní pojmy . . . . .	15
1.1 Třídy, množiny a polomnožiny . . . . .	15
1.2 Obzor . . . . .	19
1.3 Geometrický obzor . . . . .	24
1.4 Konečná přirozená čísla . . . . .	26
2. Prodloužení konečných přirozených čísel . . . . .	29
2.1 Přirozená čísla v krajně známosti geometrického obzoru . . . . .	29
2.2 Axiom prodloužení . . . . .	31
2.3 Některé důsledky axiomu prodloužení . . . . .	32
2.4 Odkryté třídy . . . . .	33
2.5 Vytváření spočetných tříd . . . . .	36
2.6 Řezy na přirozených číslech . . . . .	41
3. Dva důležité druhy tříd . . . . .	43
3.1 Motivace: prvoevidovatelné jevy . . . . .	43
3.2 Matematizace: $\sigma$ -třídy a $\pi$ -třídy . . . . .	45
3.3 Aplikace . . . . .	49
3.4 Kómolení přírodních jevů . . . . .	52
4. Hierarchie deskriptivních tříd . . . . .	55
4.1 Borelovské třídy . . . . .	55
4.2 Analytické třídy . . . . .	58
5. Topologie . . . . .	61
5.1 Motivace: mediální pohled na množinu . . . . .	61
5.2 Matematizace: ekvivalence nerozlišitelnosti . . . . .	63
5.3 Historické intermezzo . . . . .	67
5.4 Povaha topologických tvarů . . . . .	68
5.5 Aplikace: neviditelné topologické tvary . . . . .	70
6. Synoptická nerozlišitelnost . . . . .	73
6.1 Synoptická symetrie nerozlišitelnosti . . . . .	73
6.2 Geometrická ekvivalence nerozlišitelnosti . . . . .	76

7. Některé další netradiční motivace	79
7.1 Topologické patvary	79
7.2 Čas	80
7.3 Imaginární polomnožiny	83
Summary	85
Seznam značení	87
Literatura	89

# Předmluva

V této knize je předvedena matematizace některých jevů v teorii, která je reakcí na iluzorní Cantorovu teorii množin. Tato teorie byla rozvíjena od poloviny sedmdesátých let dvacátého století především v Praze a v Bratislavě jako alternativa ke klasické teorii Cantorově. Dnes je ovšem tato původně alternativní teorie množin novou teorií množin a polomnožin, neboť není nic, čeho by mohla být alternativou.

Na veřejnosti se alternativní teorie množin poprvé objevila v knize *Mathematics in the Alternative Set Theory*.<sup>1</sup> Její překlad do ruštiny doplněný o dva dodatky vydalo nakladatelství Mir.<sup>2</sup> Podstatně rozšířena pak tato kniha vyšla slovensky pod názvem *Úvod do matematiky v alternatívnej teórii množín*.<sup>3</sup> Překlad tohoto vydání do ruštiny s dodatkem od Pavola Zlatoše a s opravami N. V. Beljakina byl vydán v roce 2004.<sup>4</sup>

Poslední dvě ze shora uvedených knih obsahují též výsledky některých dalších členů týmu zkoumajícího alternativní teorii množin. Těmi z nich, kteří významně přispěli k rozvoji této teorie, jsou především (v abecedním pořadí) Karel Čuda, Josef Mlček, Alena Vencovská a Pavol Zlatoš.

V této knize ovšem tyto jejich výsledky, stejně jako mnohé další, uvedeny nejsou. Je tomu tak proto, že důsledné trvání na neaktualizovatelnosti oboru všech přirozených čísel kupodivu umožnilo zjednodušit řadu pojmů, a tedy i jazyka této teorie. Přepsat do nově zjednodušené podoby všechny dosažené výsledky a znovu posoudit účelnost některých z nich vyžaduje delší čas. Kromě toho použitelnost této nové teorie na infinitezimální kalkul otevřela množství lákavých možností jejího dalšího rozvoje.

---

<sup>1</sup>Petr Vopěnka (1979). *Mathematics in the Alternative Set Theory*. Leipzig: Teubner Verlagsgesellschaft.

<sup>2</sup>Petr Vopěnka (1983). *Matematika v alternativnoj teorii množestv*. Moskva: Izdatelstvo Mir.

<sup>3</sup>Petr Vopěnka (1989). *Úvod do matematiky v alternatívnej teórii množín*. Bratislava: Vydavateľstvo Alfa.

<sup>4</sup>Petr Vopěnka (2004). *Alternativnaja teorija množestv: novyj vzgljad na beskonečnosť*. Novosibirsk: Izdatelstvo Instituta matematiki.

